МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Херсонський державний педагогічний університет**

**Кафедра фізики**

**Івашина Ю.К., Міма Л.С.**

#### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до розв’язування задач з класичної механіки**

**для студентів фізико-математичного факультету ХДПУ**

|  |  |
| --- | --- |
| **спеціальності** | **7.010103 Фізика та основи інформатика** |

**Херсон − 2002**

# Івашина Ю.К., Міма Л.С.

# Методичні вказівки до розв’язуванню задач з класичної механіки.

|  |  |
| --- | --- |
| **Укладачі:** | Кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики ХДПУ  ***Івашина Ю.К.*** |
| Кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики ХДПУ  ***Міма Л.С.*** |
| **Рецензент:** | Доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фізики ХДПУ  ***Одінцов В.В.*** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Обговорені на засіданні кафедри фізики  Протокол №4 від 17.12.2001р. | |  | Схвалено навчально-методичною радою університету  Протокол №2 від 24.12.2001р. | |
|  | Рекомендовано до видання Вченою радою Херсонського державного педагогічного університету (Протокол №4 від 8.01.2002) | | |  |

# ЗМІСТ

|  |  |
| --- | --- |
|  | стор. |
| ВСТУП | 4 |
| Тема - 1. Визначення швидкості та прискорення точки при плоскому русі по заданим рівнянням її руху. | 5 |
| Тема 2. Кінематика твердого тіла. Визначення швидкостей та прискорень точок тіла при поступальному та обертальному рухах. | 10 |
| Тема – 3. Визначення швидкості та прискорення при складному русі. | 15 |
| Тема – 4. Рівновага тіл під дією довільної плоскої системи сил. | 23 |
| Тема 5. Інтегрування диференціальних рівнянь руху матеріальної точки. | 29 |
| Тема – 6. Застосування основних теорем динаміки до дослідження руху матеріальної точки. | 36 |

# ВСТУП

Курс класичної механіки викладається студентам фізико-математичного факультету у шостому семестрі з наступним складанням екзамену. Він містить такі розділи: “Кінематика точки”, “Кінематика твердого тіла”, ”Складний рух точки”, “Закони динаміки”, “Теореми динаміки точки та механічної системи”, “Основи аналітичної механіки”, “Вибрані задачі механіки”. Вивчення теоретичного матеріалу супроводжується розв’язуванням задач.

Мета цього посібника – допомогти студентам засвоїти теоретичний матеріал і набути навичок розв’язування задач з основних тем механіки, а також організовувати контроль рівня знань у вигляді самостійної роботи студентів.

По кожній з розглянутих тем посібник містить основні теоретичні відомості, завдання для самостійної роботи, вказівки по розв’язуванню задач та приклади, контрольні запитання по цих темах.

Розв’язування кожної задачі повинно починатися із написання її умови у скороченій формі і супроводжуватись докладним поясненнями, схемами, малюнками, що свідчили б про те, як студент розуміє хід розв’язку задачі, які закони і формули використовує.

Спочатку треба знайти розв’язок задачі у загальному вигляді. Потім у кінцеву формулу підставити числові данні, при чому треба уникати будь-яких обчислень “про себе”. Після того як одержано числові значення, необхідно підставити у кінцеву формулу розмірності фізичних величин і переконатися, що в результаті одержується розмірність шуканої фізичної величини. При розв’язуванні задач необхідно користуватися Міжнародною системою одиниць СІ.

Укладачі дякують М.Семененку за допомогу у підготовці матеріалів до друку.

***Тема - 1. Визначення швидкості та прискорення точки при плоскому русі по заданим рівнянням її руху.***

***Основні теоретичні відомості***. Завдання присвячено розв’язанню основної задачі кінематики. Щоб задати рух точки, треба знати її положення по відношенню до вибраної системи відліку у будь-який момент часу. Для задання руху точки використовують наступні способи: векторний, координатний, природний. В завданні рух задано координатним способом, який використовують частіше всього. Положення точки у просторі визначається для кожного моменту часу залежностями:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.1) |

Ці рівняння являють собою рівняння руху точки в прямокутних координатах – закон руху точки. Рівняння (1.1) являє собою одночасно рівняння траєкторії (лінії, по якій рухається точка) в параметричній формі. Виключивши з них час *t*, можна знайти рівняння траєкторії в звичайній формі, тобто у вигляді залежності між координатами *y=f(x).*

Проекції швидкості точки на осі координат дорівнюють першим похідним відповідних координат точки за часом.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.2) |

Модуль швидкості

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.3) |

Напрямок вектора визначається кутом, який він утворює з віссю *Х*.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.4) |

Вектор  напрямлений по дотичній до траєкторії.

Проекції прискорення точки на осі координат дорівнюють першим похідним від відповідної проекції швидкості або другим похідним від відповідних координат точки за часом.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.5) |
| Модуль прискорення |  |
|  | (1.6) |

Прискорення визначає бистроту зміни швидкості. Швидкість, як вектор, може змінюватися за величиною (модулем) та за напрямком, тому прискорення можна представити у вигляді двох складових. Дотичне або тангенціальне прискорення характеризує зміну швидкості за величиною.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.7) |

Воно напрямлено по дотичній до траєкторії. При прискореному русі  тобто  напрямлено так само, як і вектор . Нормальне прискорення характеризує зміну швидкості за напрямом і напрямлено уздовж нормалі у бік увігнутості траєкторії (до центру кривизни). Воно залежить від швидкості точки і радіуса кривизни траєкторії .

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.8) |

Нормальне та дотичне прискорення взаємно перпендикулярні, тому модуль прискорення

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.9) |

***Завдання:*** За відомими рівняннями руху точки *М* встановити вигляд її траєкторії, її швидкість, повне, дотичне та нормальне прискорення, а також радіус кривизни траєкторії у відповідній точці. Необхідні для розв’язання данні наведені в таблиці (1.1).

Таблиця 1.1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варіанту | Кінематичні рівняння руху | | *t1, (c)* |
| *X=x(t), (см)* | *Y=y(t), (см)* |
| *1* | *-2 t2+3* | *-5t* | *0,5* |
| *2* | *-cos(πt2/3)+3* | *sin(πt2/3)-1* | *1* |
| *3* | *4t+4* | *-4/(t+1)* | *2* |
| *4* | *2sin(πt/3)* | *-3cos(πt/3)+4* | *1* |
| *5* | *3t2+2* | *-4t* | *0,5* |
| *6* | *3t2-t+1* | *5t2-5t/3-2* | *1* |
| *7* | *-4cos(πt/3)* | *-2 sin(πt/3)-3* | *1* |
| *8* | *-4t2+1* | *-3t* | *0,5* |
| *9* | *4cos(πt/3)* | *-3sin(πt/3)* | *1* |
| *10* | *-5t2+4* | *3t* | *1* |

***Вказівки.*** Задачу треба розв’язувати в такому порядку:

1. Виключити час *t* з рівнянь руху та знайти рівняння траєкторії *y=f(x).*
2. Побудувати графік траєкторії у координатах XOY.
3. Знайти координати точки у даний момент часу *x1=* *x(t1)* та *y1=y(t1)*. Зобразити положення точки на траєкторії в момент *t1*.
4. Визначити проекції та модуль швидкості в момент *t1* за формулами (1.2)-(1.3). Намалювати на графіку для цього моменту вектор швидкості тайого складові  та  в масштабі.
5. Визначити проекції та модуль прискорення відповідно за формулами (1.5) та (1.6) для моменту *t1*. Вибрати масштаб, намалювати для моменту *t1* вектори складових  та , а також вектор повного прискорення 
6. Визначити для моменту *t1* тангенціальне і нормальне прискорення за формулами (1.7) та (1.9). Намалювати їх на малюнку.
7. Знайти радіус кривизни траєкторії в тій точці, де при  знаходиться точка *М* за формулою (1.8).
8. Результати розрахунків занести до таблиці.

# *Приклад.* Вихідні дані: x=4t(м); y=16t2-1(м); t1=0,5 (c)

#### *Розв’язок.* Рівняння руху є параметричним рівнянням траєкторії точки *М*. Щоб отримати рівняння траєкторії у звичайній координатній формі, виключимо час *t* з рівнянь руху. Тоді:

|  |  |
| --- | --- |
| *y=x2-1* | (1.10) |

Цей вираз являє собою рівняння параболи. Для визначення швидкості точки знаходимо спочатку проекції вектора швидкості на осі координат;

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.11) |
| При ; | (1.12) |

Модуль швидкості точки

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.13) |

Аналогічно знаходимо проекції прискорення точки.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.14) |

Координати точки, а також її швидкість, прискорення та їх проекції на координатні осі для заданого моменту часу  приведені в таблиці(1.2)

Таблиця 1.2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Координати | | Швидкість | | | Прискорення | | | | Радіус кривизни (м) | |
| (м) | | (м/с) | | | (м/с2) | | | |
| x | y |  |  |  |  |  |  |  |  | ρ |
| 2 | 3 | 4 | 16 | 16,5 | 0 | 32 | 32 | 31 | 7,94 | 34,5 |

Дотичне прискорення знаходимо шляхом диференціювання модуля швидкості (3);

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.15) |

При

|  |  |
| --- | --- |
| ,(м/с2) | (1.16) |

Отже, модуль дотичного прискорення

|  |  |
| --- | --- |
| (м/с2) | (1.17) |

Знак “+” при *dυ/dt* показує, що рух точки прискорений, отже, напрямок  та  співпадають. Нормальне прискорення точки у даний момент часу

|  |  |
| --- | --- |
| (м/с2) | (1.18) |

Радіус кривизни траєкторії в тій точці, де знаходиться точка *М*,

Рис 1.1







*y*

*x*

*υ*

*υy*

*υx*

*0*

(м) (1.19)

Отримані значення   та  також наведені у таблиці. Користуючись рівнянням (1.2), будуємо траєкторію (рис. 1.1) та показуємо на ній положення точки *М* у даний момент часу. Вектор  будуємо по складовим , , причому цей вектор повинен бути напрямлений по дотичній до траєкторії точки. Вектор  знаходимо як за складовими , так і за , чим і контролюється правильність розрахунків.

**Контрольні запитання.**

1. Як задати рух точки у векторній, координатній та природній формі?
2. Як знайти швидкість точки при різних формах задання її руху?
3. Як знайти прискорення точки при різних формах задання її руху?
4. Як розкласти повне прискорення на дотичне та нормальне?

***Тема 2. Кінематика твердого тіла. Визначення швидкостей та прискорень точок тіла при поступальному та обертальному рухах.***

***Основні теоретичні відомості****.*Кінематичним рівнянням обертального руху є залежність кута повороту тіла від часу:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

Кутова швидкість та кутове прискорення:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.2) |
|  | (2.3) |

Швидкість точки, віддаленої на відстань *R* від осі обертання:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.4) |

Обертальне та доцентрове прискорення, відповідно:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.5) |

Якщо тіла, що обертаються, з’єднанні між собою нерозтяжним тросом або дотикаються та рухаються без ковзання, то лінійні швидкості та обертальні прискорення точок на з’єднаних поверхнях однакові за величиною.

***Завдання****.* За заданим рівнянням прямолінійного поступального руху тягаря 1 визначити швидкість а також обертальне, доцентрове та повне прискорення точки *М* механізму в момент часу, коли шлях, що пройшов тягар, рівний *s.* Схеми механізмів показані на рис. 2.1 а необхідні для розрахунку данні наведені в табл. 2.1.

## Таблиця 2.1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№* | *Радіуси, (см)* | | | | *Рівняння руху тягаря x = x(t)* | *S, (м)* |
| *R2* | *r2* | *R3* | *r3* |
| *1* | *40* | *25* | *20* | *–* | *5+40 t2* | *0,3* |
| *2* | *20* | *15* | *10* | *–* | *2+50 t2* | *0,1* |
| *3* | *30* | *20* | *40* | *–* | *60 t2* | *0,4* |
| *4* | *15* | *10* | *15* | *–* | *6+20 t* | *0,1* |
| *5* | *15* | *10* | *15* | *–* | *8+40 t2* | *0,3* |
| *6* | *20* | *15* | *10* | *–* | *3+40 t2* | *0,4* |
| *7* | *15* | *10* | *15* | *–* | *80 t2* | *0,6* |
| *8* | *20* | *15* | *10* | *–* | *4+20 t* | *0,3* |
| *9* | *15* | *10* | *20* | *–* | *5+80 t2* | *0,2* |
| *10* | *25* | *15* | *10* | *–* | *50 t2* | *0,3* |

# *Вказівки:* Задачу треба розв’язувати в такій послідовності:

1. Визначити момент часу, в який переміщення тіла 1 дорівнює заданому в умові значенню.
2. Знайти швидкість цього тіла.
3. В залежності від схеми механізму знайти кутові та лінійні швидкості, а також кутові та лінійні прискорення точок механізму.
4. Лінійну швидкість, обертальне, доцентрове та повне прискорення точки М зобразити на малюнку ( на схемі механізму).

***Приклад****.* Вихідні данні: схема механізму (рис. 2.2),



***Розв’язок*.** Знайдемо момент часу *τ*, коли шлях *s*, що прийшов тягар рівний 40 (см):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.6) |

Звідкіля

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.7) |

Диференціюючи за часом рівняння руху знайдемо швидкість тягаря:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.8) |

Таку ж лінійну швидкість мають точки на внутрішньому ободі колеса 2 радіусом *r2*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.9) |

Так як , то кутова швидкість диску 2

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.10) |

Лінійні швидкості колес 2 и 3, зв’язаних гнучкою передачею, однакові: , тобто їх кутові швидкості обернено пропорційні радіусам цих колес. Таким чином:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.11) |

Звідси:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.12) |

Кутове прискорення

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.13) |

Так як точка *М* лежить на внутрішньому ободі колеса 3 то її швидкість:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.14) |

В заданий момент часу:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.15) |

Вона напрямлена перпендикулярно до радіусу в бік обертання колеса 3.

Обертальне прискорення точки *М:*

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.16) |

та має однаковий із швидкістю напрям, так як у цьому прикладі кутове прискорення додатне, тобто обертання є прискореним.

Доцентрове прискорення точки *М:*

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.17) |

та напрямлене уздовж радіусу до центру колеса.

Повне прискорення:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.18) |

Значення цих величин для моменту часу *t=τ* наведені в таблиці 2.2.

### Таблиця 2.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Кутова швидк.(с-1) | Кутове прискор. (c-2) | Швидкість(см/с)  , | Прискорення, (см/с2) | | |
| Оберт. | Доцентр. | Повне |
| 2,49 | 3,89 | 118 | 156 | 346 | 379 |

Контрольні запитання.

1. Що таке поступальний рух? Як знайти швидкості та прискорення точок тіла при поступальному русі?
2. Що таке обертання навколо нерухомої осі? Як знайти кутову швидкість та кутове прискорення, їх величину та напрямок?
3. Як знайти швидкості та прискорення точок тіла при обертальному русі?

*Тема – 3. Визначення швидкості та прискорення при складному русі.*

# *Основні теоретичні відомості:* При складному русі розглядають рух точки відносно рухомої (відносний рух) та нерухомої (абсолютний рух) систем відліку, а також рух рухомої системи відліку відносно нерухомої (переносний рух).

# При цьому абсолютна швидкість дорівнює:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.1) |

# При обертальному переносному русі

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.2) |

# де:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.3) |

# Rпер – відстань від точки до осі переносного обертання. Переносна швидкість напрямлена перпендикулярно до радіуса траєкторії переносного обертання.

Алгебраїчне значення відносної швидкості знаходиться однократним диференціюванням дугової координати:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.4) |

Відносна швидкість напрямлена по дотичній до траєкторії відносного руху в бік, який визначається знаком алгебраїчного значення: в бік збільшення дугової координати при додатному значенні і в бік її зменшення при від’ємному значенні.

Прискорення при складному русі складається з переносного, відносного та коріолісова прискорень:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.5) |

Переносне прискорення при обертальному переносному русі розкладається на доцентрове та обертальне:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.6) |
|  | (3.7) |
|  | (3.8) |
|  | (3.9) |

Доцентрове прискорення напрямлено уздовж радіуса до центра переносного обертання, а обертальне прискорення перпендикулярно до радіуса в напрямі, який визначається знаком його проекції.

Відносне прискорення складається з нормального та дотичного:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.10) |
|  | (3.11) |
|  | (3.12) |

Коріолісове прискорення визначається за формулою:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.13) |

Його напрям можна знайти за правилом векторного добутку або за правилом Жуковського. Для цього треба спроектувати вектор відносної швидкості на площину перпендикулярну до осі переносного обертання та повернути цю складову на кут 90о в напрямі переносного обертання.

***Завдання.*** За відомими рівняннями відносного руху точки М та переносного руху тіла D визначити для моменту часу *t=t1* абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M.

Схеми механізмів наведені на рис. 3.1, а необхідні для розрахунку данні в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Рівняння руху тіла *D, ϕпер=f1(t),* (*рад)* | Рівняння відносного руху точки M *OM=sвідн=f2(t), (см)* | *t1,*  *(c)* | *R,*  *(см)* | *a,*  *(см)* | *,*  *(рад)* |
| *1* | *2t2-0,5t* | *25sin(πt/3)* | *4* |  | *25* |  |
| *2* | *5t-4t2* | *15πt3/8* | *2* | *30* | *30* |  |
| *3* | *8t2-3t* | *120πt2* | *1/3* | *40* |  |  |
| *4* | *4t-2t2* | *3+14sinπt* | *2/3* |  |  | *30* |
| *5* | *0,2t3+t* | *5√2 (t2+t)* | *2* | *-* | *60* | *45* |
| *6* | *t+0,5t2* | *20sinπt* | *1/3* |  | *20* |  |
| *7* | *0,5t2* | *8t3+2t* | *1* |  | *4√5* |  |
| *8* | *8t-t2* | *10t+t3* | *2* |  |  | *60* |
| *9* | *t+3t2* | *6t+4t3* | *2* | *40* | *-* | *-* |
| *10* | *6t+t2* | *30πcos(πt/6)* | *3* | *60* | *-* | *-* |

***Приклад:*** Вихідні данні**:** схема механізму (рис. 3.2)

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.14) |

***Розв’язок.*** Будемо вважати, що в заданий момент часу площина малюнку співпадає з площиною трикутника *D* (рис 3.2). Положення точки *M* на тілі *D* визначається відстанню =*OM*.

При *t*=2/9 (c):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.15) |

Покажемо її в цьому положенні, враховуючи напрям відліку дугової координати.

Абсолютну швидкість точки *М* знайдемо як геометричну суму відносної та переносної швидкостей:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.16) |

Проекцію відносної швидкості на дотичну до траєкторії відносного руху визначимо як похідну від дугової координати :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.17) |

при *t =* 2/9 (c):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.18) |

Додатне значення проекції відносної швидкості показує що вектор  напрямлений у бік зростання дугової координати .

Модуль переносної швидкості знайдемо, враховуючи, що переносний рух є обертанням навколо нерухомої осі:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.19) |

де *R* – радіус переносного обертання, тобто радіус кола *L*, яке описує та точка тіла, з якою в даний момент часу співпадає точка *М*.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.20) |

 – проекція кутової швидкості тіла на вісь обертання:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.21) |

при *t*=2/9 (c):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.22) |

Від’ємний знак величині  показує, що обертання трикутника D навколо осі Oz відбувається у бік, протилежний напряму відліку кута ϕ. Тому вектор напрямлений уздовж осі Оz донизу (рис 3.1).

## Переносна швидкість

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.23) |

Вектор переносної швидкості напрямлений по дотичній до кола *L* у бік протилежний напряму обертання тіла, тобто перпендикулярно до площини малюнку. Так як відносна та переносна швидкості взаємно перпендикулярні то абсолютну швидкість можна знайти за теоремою Піфагора:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.24) |

Абсолютне прискорення точки дорівнює геометричній сумі відносного, переносного та коріолісового прискорень:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.25) |

Відносне прискорення у випадку прямолінійної траєкторії має тільки дотичну складову:

Проекція відносного прискорення на дотичну:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.26) |

при *t* = 2,9 (c):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.27) |

Від’ємний знак показує, що вектор відносного дотичного прискорення напрямлений у бік від’ємних значень .

Переносне прискорення при обертальному переносному русі є геометричною сумою обертального та доцентрового прискорень:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.28) |
|  | (3.29) | |

де *εпер* – проекція кутового прискорення тіла *D* на вісь обертання;

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.30) |

При *t* = 2/9 (c):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.31) |

Однакові знаки у величин  и  вказують на те, що обертання трикутника *D* прискорене, напрями векторів  та  співпадають (див. рис. 3.1).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.32) |

Вектор  напрямлений у той самий бік, що і вектор , так як знаки їх проекцій співпадають.

Модуль переносного доцентрового прискорення.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.33) |

Вектор  направлений до центру кола *L.*

Коріолісове прискорення

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.34) |

Модуль коріолісового прискорення

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.35) |

так як

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.36) |

то

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.37) |

У відповідності з правилом векторного добутку або правилом Жуковського вектор  направлений перпендикулярно до площини трикутника в ту ж саму сторону, що і вектори  и  (див. рис. 3.1).

Модуль абсолютного прискорення точки *М* знаходимо способом проекцій

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.38) |
|  | (3.39) |
|  | (3.40) |
|  | (3.41) |

Результати розрахунку приведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Кут.  шв.  (с-1) | Швидкість,  (см/с) | | | Кут.  пр.  (с-2) | Прискорення,  (см/с2) | | | | | | | | |
|  | *υпер* |  | *υ* | *εпер* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| -0,93 | -9,3 | 65,2 | 65,9 | -10,2 | 9 | -102 | 0 | -335 | 61 | -163 | -189 | -308 | 395 |

**Контрольні запитання.**

1. Дайте означення переносного, відносного та абсолютного рухів.
2. Як формулюється теорема про додавання швидкостей при складному русі? Що таке відносна, переносна, абсолютна швидкості?
3. Як формулюється теорема Коріоліса про прискорення при складному русі?
4. Що таке переносне прискорення? З яких складових воно складається? Як визначити величину та напрям складових переносного прискорення?
5. Що таке відносне прискорення? Як визначити величину та напрям складових відносного прискорення?
6. Що таке коріолісове прискорення? Які причини його виникнення? Як визначити величину та напрям кориолісова прискорення?

*Тема – 4. Рівновага тіл під дією довільної плоскої системи сил.*

***Основні теоретичні відомості.*** Рівняння рівноваги виражають необхідні умови того, щоб тіло не мало переміщень уздовж осей координат, а також було відсутнє обертання у площині *OXY.*

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.1) |

Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб сума проекцій всіх сил на кожну з двох координатних осей та сума їх моментів відносно будь-якої точки, що лежить в площині дії сил, були рівні нулю. Проекція вектора сили на вісь дорівнює добутку модуля сили на косинус кута, який створюється додатнім напрямом осі та напрямом проектуємої сили (рис 4.1).

*α*

****

****

## *Х*

# В

## А

Рис 4.1

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.2) |

Проекція вектора скалярна величина, яка може бути додатною і від’ємною. Проекція вектора *N*- від’ємна, так як кут  - тупий, і його косинус тупого кута від’ємний. Момент сили *F* відносно точки *О* записується у вигляді  і дорівнює за абсолютною величиною добутку модуля сили *F* на відстань *h* від точки *О* до лінії дії сили *F*, яку називають плечем сили.

Рис 4.3







A

O

x

y

α

В

*О*





*h1*

*h2*

α

Рис 4.2

Для знаходження плеча необхідно з точки *О* опустити перпендикуляр до лінії дії сили. На рис. 4.2  - плече сили ,  - сили . Момент сили характеризує обертальну дію сили.

Якщо сила намагається повернути тіло навколо центра *О* проти ходу годинникової стрілки, то момент має знак плюс, якщо по ходу – то знак мінус. Так сила  утворює від’ємний момент, а сила - додатній (див. рис. 4.2). Іноді простіше момент сили відносно точки можна визначити скориставшись теоремою Варіньйона. Момент рівнодіючої системи сил, що сходяться , відносно будь-якої точки дорівнює алгебраїчній сумі моментів складаних сил відносно тієї ж точки.

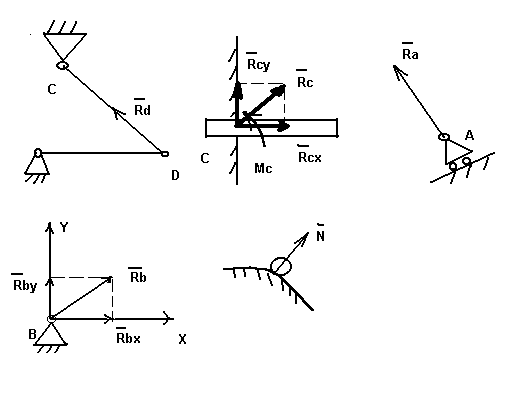
Визначимо момент сили *F* відносно точки *О* (рис. 4.3): . Але при визначенні плеча *h* можливі складності. Розкладемо силу  на дві складові  та . У відповідності з теоремою Варіньйона:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.3) |

Замість одного моменту сили  ми визначили два моменти, але плечі сил *Fx* та *Fy* визначити легко, це *АВ* і *ОА* відповідно.

Розглянемо, як напрямлені сили реакцій зв’язків, що зустрічаються найбільш часто (рис. 4.4).

1. **Нитка**. Реакція нитки (троса) напрямлена вздовж нитки до точки її підвісу.
2. **Гладка поверхня або опора**. Гладкою називається поверхня, тертям о котру даного тіла можна знехтувати. Реакція  напрямлена по нормалі до поверхонь тіл, що дотикаються, в точці їх дотику.
3. **Рухома шарнірна опора** (опора *А*). Реакція  такої опори напрямлена по нормалі до поверхні, на яку опираються катки рухомої опори.
4. **Нерухома шарнірна опора** (опора *В*). Реакція  такої опори проходить через вісь шарніра і може мати любий напрям в площині креслення. При розв’язуванні задач реакцію  будемо зображувати її складовими  та , тобто така опора дає дві невідомі реакції.
5. **Нерухома защемляюча опора.** Для знаходження її реакції необхідно визначити три невідомі величини , та  - невідомий момент в опорі. Напрям стрілки вказує напрям дії моменту.
6. **Реакція шарнірного стержня** *СД* -  напрямлена вздовж стержня.



(Рис 4.4).

***Завдання****:* визначити реакції опор конструкцій схеми на рисунку 4.5.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Кн. | | М | g | α |
| В-та | G | P | кНм | кН/м | град |
| 1 | 10 | 5 | 20 | 1 | 30 |
| 2 | 12 | 8 | 10 | 4 | 60 |
| 3 | 8 | 4 | 5 | 2 | 60 |
| 4 | 14 |  | 8 | 3 | 30 |
| 5 |  | 6 | 7 | 1 | 45 |
| 6 |  | 10 | 4 | 2 | 60 |
| 7 |  | 6 | 5 | 1 | 45 |
| 8 | 16 | 7 | 6 | 2 | 60 |
| 9 | 6 | 6 | 4 | 2 | 30 |
| 10 | 10 | 8 | 9 | 1 | 30 |

***Вказівки:*** Задачі цього типу рекомендується розв’язувати у наступному порядку:

1. виділити тверде тіло, рівновагу якого треба розглянути для визначення шуканих величин;
2. зобразити на малюнку сили, які задаються;
3. використавши принцип звільнення від зв’язків, замінити дію на тіло цих зв’язків; перевірити, чи є ця задача статично визначеною, тобто число невідомих величин повинно бути не більше трьох;
4. вибрати напрям осей Декартові координат та точку, відносно якої ми збираємося записати рівняння моментів;
5. скласти рівняння рівноваги твердого тіла;
6. розв’язати систему отриманих рівнянь рівноваги та визначити невідомі величини.

Якщо отримані значення шуканих сил або моментів від’ємні, то вони напрямлені у бік, протилежний прийнятому на рисунку. Для спрощення рівнянь рівноваги напрями осей координат краще вибрати так, щоб деякі невідомі сили були перпендикулярні цим осям. Тоді ці сили у відповідні рівняння для проекцій не увійдуть. Рівняння моментів зручно складати відносно точки, в якій перетинаються лінії дії найбільшої кількості невідомих сил. Ці сили в рівняння моментів не увійдуть.

# *Приклад.* Дано: схема конструкції (рис. 4.6); розміри в (м). G=10 (кH); P=5 (кH); M=8 (кHм); q=0.5 (кH/м); ;

Визначити реакцію опори *А* та реакцію стержня *CD*.

Рис 4.6

D

A

q

2

1

α

2

C

P

B

***Розв’язок.*** Розглянемо систему сил, які врівноважуються та прикладені до балки *АВ*. Відкидаємо зв’язки: шарнірно-нерухому опору *А* та стержень *CD*. Дію зв’язків на балку замінюємо їх реакціями (рис. 4.7). Так як напрям реакції шарнірно-нерухомої опори А невідомий, позначаємо її складові  та .

Рис 4.7

Y

YA

XA

A

Q

900

α

SCD

C

M

S

B

X

G

1

2

1

2

Покажемо також реакцію  стержня *CD* та силу натягу нитки , модуль якої дорівнює *Р*. Рівномірно-розподілене навантаження інтенсивністю  замінюємо силою *Q*, яка дорівнює *кН.* та прикладена до центру ділянки цього навантаження.

Для плоскої системи сил, прикладеної до балки, запишемо три рівняння рівноваги:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.4) |
|  | (4.5) |
|  | (4.6) |

З рівняння (1):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.7) |

З рівняння (2):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.8) |

З рівняння (4.3):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.9) |

Значення  будуть додатними. Це вказує на те, що прийняті напрямки цих сил співпадають з їх дійсними напрямками.

***Тема 5. Інтегрування диференціальних рівнянь руху матеріальної точки.***

***Основні теоретичні відомості:*** Якщо другий закон Ньютона записати в проекціях на осі Декартової системи координат, то отримаємо три диференціальних рівняння другого порядку:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.1) |

В цих рівняннях кожна з функцій *Fx , Fy, Fz –* є сумою проекцій на відповідні осі всіх сил, прикладених до матеріальної точки масою *m*, рух якої розглядається.

При інтегруванні цих рівнянь отримаємо кінематичні рівняння руху, які описують сукупність можливих рухів точки:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.2) |

Конкретний з можливих рухів, можна знайти з початкових умов, а саме із значень початкових координат та проекцій початкової швидкості точки на координатні осі.

***Завдання:*** Тіло масою *m*  рухається з точки *А* по ділянці *АВ* (довжиною *l*) похилої площини, розташованої під кутом  до горизонту на протязі с. Його початкова швидкість . Коефіцієнт тертя ковзання дорівнює *f.* В точці *В* тіло покидає площину із швидкістю  та потрапляє із швидкістю  в точку *С* горизонтальної площини (варіанти 6-10, рис. 5.2) або похилої площини *ВD* (варіанти 1-5, рис. 5.1), нахиленої під кутом  до горизонту, перебуваючи в повітрі на протязі *Т* с. Вважаючи тіло матеріальною точкою та не враховуючи опір повітря, знайти величини, помічені в таблиці 5.1 знаком “?”.

Таблиця 5.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №ва | *α,град* | *β,град* | *υA,м/с* | *f* | *l, м* | *τ, с* | *h* | *d* | *υB* | *T, с* |
| 1 | 30 | 60 | 0 | 0,2 | 10 | ? | ? | ? | ? | ? |
| 2 | 15 | 45 | 2 | 0,2 | ? | ? | 4 | ? | ? | ? |
| 3 | 30 | 60 | 2,5 | ? | 8 | ? | ? | 10 | ? | ? |
| 4 | ? | 60 | 0 | 0 | 9,8 | 2 | ? | ? | ? | ? |
| 5 | 30 | 45 | 0 | ? | 9,8 | 3 | ? | ? | ? | ? |
| 6 | 30 | - | 1 | 0,2 | 3 | ? | ? | 2,5 | ? | ? |
| 7 | 45 | - | ? | ? | 6 | 1 | 6 | ? | 2*υA* | ? |
| 8 | 30 | - | ? | 0,1 | 2 | ? | ? | 3 | ? | ? |
| 9 | 15 | - | ? | ? | 3 | 1,5 | ? | 2 | 3 | ? |
| 10 | 30 | - | 0 | 0,2 | 6 | ? | 4,5 | ? | ? | ? |

***Вказівки:*** На кожній з ділянок *АВ* та *ВС* треба розглядати рух тіла окремо. Для цього треба намалювати тіло в довільній точці відповідної ділянки, вказати прикладені до нього сили та записати диференціальне рівняння руху в векторній формі виходячи з другого закону Ньютона. Так як на ділянці *АВ* рух є прямолінійним, достатньо розглянути одне скалярне рівняння, в проекції на вісь *х1*, вказану на малюнку 5.1. Проінтегрувавши це рівняння треба виразити сталі інтегрування з початкових умов. Треба також виразити швидкість в точці *В*, так як вона буде початковою швидкістю руху тіла на ділянці *ВС*. На цій ділянці треба розглянути вже два диференціальних рівняння в проекціях на осі *х* та *у*, вказані на малюнку 5.1. Проінтегрувавши ці рівняння треба знову виразити сталі інтегрування з початкових умов. Отримавши в результаті кінематичні рівняння руху на ділянках *АВ* та *ВС* треба знайти з них шукані величини.

***Приклад.*** Камінь ковзає на протязі с уздовж ділянки *АВ* довжиною *l* похилої площини, розташованої під кутом  до горизонту (рис 5.3). В точці *С* він ударяє вертикальну стінку, розташовану на відстані *d*. Вихідні умови:











*l-*?



***Розв’язок:*** Розглянемо рух тіла на ділянці *АВ*. На тіло діють: сила тяжіння , напрямлена вертикально вниз; сила нормальної реакції опори , напрямлена перпендикулярно до поверхні похилої площини; та сила тертя , напрямлена паралельно до поверхні похилої площини у бік, протилежний руху тіла. Таким чином для ділянки *АВ* маємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.3) |

В проекціях на осі *х*1 та *у*1 будемо мати:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.4) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.5) |

Визначивши *N* з рівняння (5.5) можна обчислити модуль сили тертя:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.6) |

і підставивши цей вираз в рівняння (5.4) після перетворень отримаємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.7) |

Проінтегрувавши це рівняння двічі будемо мати:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.8) |
|  | (5.9) |

Для визначення сталих інтегрування скористаємося початковими умовами:

при   а 

Підставивши в рівняння (5.8) та (5.9) значення *t=*0, отримаємо:

Таким чином для ділянки *АВ* остаточно маємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.10) |

Швидкість в точці *В* знайдемо з формули (5.8), врахувавши, що час руху на ділянці *АВ* дорівнює :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.11) |

Перейдемо до розгляду руху на ділянці *ВС*. На цій ділянці на тіло діє тільки сила тяжіння (див. рис. 5.3).Тому, згідно другому закону Ньютона:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.12) |

В проекціях на осі *х* та *у* маємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.13) |
|  | (5.14) |

Інтегрування рівняння (5.13) дає:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.15) |

Інтегрування рівняння (5.14) дає:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.16) |

Сталі інтегрування *С*3 *,С*4 ,*С*5, *С*6 знайдемо, користуючись початковими умовами руху на ділянці *ВС*:

При *t=*0   *x*0=0 *y*0=0

Підставивши *t*=0 в рівняння (5.15) та (5.16) отримаємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.17) |
|  | (5.18) |

Остаточно для ділянки *ВС* маємо такі кінематичні рівняння:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.19) |
|  | (5.20) |
|  | (5.21) |
|  | (5.22) |

Час руху на ділянці *АВ* можна знайти з рівняння (5.11), якщо спочатку визначити швидкість тіла в точці *В*. Це можна зробити, якщо врахувати, що в момент часу *Т* (час польоту на ділянці *ВС*) точка має такі координати: , . Таким чином, підставивши  в рівняння (5.20) та (5.22) будемо мати:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.23) |
|  | (5.24) |

Розв’язавши цю систему отримаємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.25) |

Після підстановки чисельних значень маємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Тепер з формули (5.11) знайдемо :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.26) |

Після підстановки чисельних значень маємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Довжина ділянки *АВ l* дорівнює значенню координати *х*1 в момент часу . Тобто:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.27) |

Після підстановки чисельних значень маємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

***Контрольні запитання:***

1. Що таке диференціальні рівняння руху? З якого закону вони випливають?
2. З яких умов визначають сталі інтегрування?
3. В чому полягають дві задачі динаміки? Який порядок їх розв’язання?

***Тема – 6. Застосування основних теорем динаміки до дослідження руху матеріальної точки.***

***Основні теоретичні відомості****.* При розв’язуванні багатьох задач динаміки замість методу інтегрування диференційних рівнянь руху більш зручним є користування загальними теоремами динаміки, які є наслідком основного закону динаміки. Застосування загальних теорем позбавляє від необхідності робити для кожної задачі операції інтегрування, які виконані при отриманні цих теорем.

**ТЕОРЕМА про зміну кількості руху матеріальної точки** в **інтегральній формі**: Зміна кількості руху точки за деякий проміжок часу дорівнює векторній сумі імпульсів сил, які прикладені до точки за той самий проміжок часу:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.1) |

де -  початкова, а  - кінцева швидкості,

 - імпульс сили.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.2) |

У випадку, коли сила *F* і по модулю і по напрямку постійна з (2) отримаємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.3) |

Рівняння (1) в проекціях на вісі Декартових координат має вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.4) |
|  | (6.5) |

За допомогою теореми про зміну кількості руху матеріальної точки зручно розв’язувати задачі, в яких до числа заданих або невідомих величин входять: маса матеріальної точки, швидкість точки в початковий та кінцевий моменти часу, сили, прикладені до матеріальної точки, і проміжок часу їх дії. Ці задачі слід розв’язувати у такій послідовності:

1) зобразити на малюнку активні сили і реакції зв'язків, які прикладені до матеріальної точки;

2) вибрати систему координат;

3) записати теорему про зміну кількості руху матеріальної точки в проекціях на ці вісі і знайти невідому величину.

**ТЕОРЕМА** **про зміну кінетичної енергії матеріальної точки в інтегральній формі** формулюється так:

Зміна кінетичної енергії матеріальної точки при її переміщенні дорівнює сумі робіт, які здійснюють сили, що прикладені до точки, на цьому переміщенні,

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.6) |

Робота постійної сили на прямолінійному переміщенні:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.7) |

де  - кут між напрямками сили та переміщення.

Робота змінної сили на переміщенні з точки *Мпоч* до *Мкінц:*

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.8) |

Робота сили тяжіння:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.9) |

де  - початкова висота,  - кінцева висота.

Робота сили пружності:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.10) |

де *С* - жорсткість пружини,  - початкове та  кінцеве видовження (деформація) пружини.

За допомогою даної теореми зручно розв’язувати задачі у тих випадках, коли до числа заданих та шуканих величин входять: маса точки, швидкості в початковий та кінцевий моменти часу, сили, які прикладені до точки, та переміщення точки. Розв’язування задач необхідно проводити у такій послідовності:

1) відобразити на малюнку сили, які прикладені до точки (активні сили і реакції зв'язків);

2) обчислити суму робіт всіх сил, які прикладені до матеріальної точки, на її переміщенні;

3) обчислити кінетичну енергію точки в початковому і кінцевому положеннях;

4) записати теорему про зміну кінетичної енергії точки і визначити шукану величину.

**Метод кінетостатики (принцип Даламбера)** Це формальний прийом, який надає можливість записати рівняння руху у вигляді рівнянь рівноваги. Якщо у будь-який момент часу до матеріальної точки, яка рухається, прикласти діючі на неї активні сили *F*, реакції зв'язків *R* і силу інерції *Ф*, то отримана система сил, буде знаходитися у рівновазі і до неї можна задіяти всі рівняння статики.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.11) |

Сила інерції дорівнює .

де  - прискорення точки.

При русі точки по кривій, силу інерції можна розкласти на дві складові, які відповідають дотичному та нормальному прискоренням точки.

Методом кінетостатики користуються, коли за заданим рухом визначаються невідомі сили.

Розв’язування задач за допомогою кінетостатики (методу) рекомендується виконувати в такій послідовності:

1) відобразити на малюнку активні сили, які прикладені до матеріальної точки;

2) застосувавши принцип звільнення від зв'язків, відобразити реакції зв’язків;

3) додати сили інерції;

4) вибрати систему координат;

5) записати рівняння кінетостатики (9) в проекціях на вісі і знайти невідому величину.

**Завдання: Використання основних теорем динаміки для дослідження руху матеріальної точки.**

Кулька, яку приймаємо за матеріальну точку, рухається з положення *А* в середині трубки, вісь якої розташована в вертикальній площині (рис. 6.1.). Знайти швидкість кульки в положеннях *В* і *С* і тиск кульки на стінку трубки в положенні *С*. Тертям на криволінійних ділянках траєкторії знехтувати. У варіантах 3, 6, 7, 10, 13, 15, 17, 19, 25, 28, 29 кулька, пройшовши шлях *h0*, відокремлюється від пружини.

Необхідні для рішення дані приведені в табл. 6.1.

В завданні прийняті наступні позначення: m – маса кульки; υA – початкова швидкість кульки; *τ* – час руху кульки на ділянці *АВ* (у варіанті 4), або на ділянці *ВD* (у варіантах 1,2,3, 5-10,); *f* – коефіцієнт тертя ковзання кульки по стінці трубки; *h0* – початкова деформація пружини; *h* – величина найбільшого стиснення пружини; *с* – коефіцієнт жорсткості пружини; *Н* – найбільша висота підйому кульки; *s* – шлях, пройдений кулькою до зупинки.

Табл. 6.1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варіанту | m, (кг) | υA, (м/с) | τ, (с) | R, (м) | f | α, (град) | β, (град) | h0, (см) | c, (Н/см) | Величини, які потрібно визначити додатково |
| 3 | 0,4 | 0 | 2,0 | 0,2 | 0,15 | 30 |  | 10 | 1 | H |
| 6 | 0,3 | 2 | 2,0 | 4,0 | 0,10 | 30 | 20 | 30 | 2 | υD |
| 7 | 0,4 | 5 | 1,0 | 1,0 | 0,10 | 30 |  | 50 | 5 | υD |
| 8 | 0,2 | 1 | 0,5 | 1,5 | 0,15 | 30 | 60 | 0 | 4 | H |
| 10 | 0,4 | 4 | 0,1 | 0,5 | 0,10 | 30 | 60 | 0,2 | 0,2 | υD |
| 11 | 0,2 | 6 | 1,0 | 1,0 | 0,30 | 45 |  |  | 3 | υD, h |
| 15 | 0,1 | 1 | 0,1 | 1,0 | 0,15 | 60 | 20 | 50 | 0,2 | υD |
| 17 | 0,2 | 0 | 0,1 | 1,0 | 0,20 | 30 |  | 40 | 1,0 | υD |
| 22 | 0,4 | 1 | 0,2 | 0,2 | 0,40 | 45 |  | 0 | 1,1 | υD, h |
| 25 | 0,1 | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,25 |  | 30 | 30 | 0,4 | υD |

***Приклад.*** Кулька, яку приймаємо за матеріальну точку, рухається з положення *А* в середині трубки, вісь якої розташована в вертикальній площині (рис. 6.2.). Знайти швидкість кульки в положеннях *В* і *С* і тиск кульки на стінку трубки в положенні *С*. Тертям на криволінійних ділянках траєкторії знехтувати. **Дано: *m=0,5 (кг); =0,8 (м/с); 0,1 (с)* (час руху на ділянці *BD*); *R=0,2 (м); f=0,1; ; ; h0=0; c=10 (Н/см) =1000* *(Н/м).* Визначити швидкість *υB, υG, υG, υD, h.***

***Розв’язок****.* Для визначення *υB*та *υG* використаємо теорему про зміну кінетичної енергії матеріальної точки. Рух кульки на ділянках *АС* і *АВ* траєкторії відбувається під дією сили тяжіння *G* (сили тертя на криволінійних ділянках не враховуємо).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.12) |
|  | (6.13) |
|  | (6.14) |
|  | (6.15) |
|  | (6.16) |
|  | (6.17) |

Визначаємо тиск кульки на стінку каналу у положенні *С*.

У відповідності до принципу Даламбера для матеріальної точки геометрична сума сил, що прикладені до точки, та сили інерції цієї точки дорівнює нулю (рис. 6.2.):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.18) |

Силу інерції матеріальної точки можна розкласти на нормальну та дотичну складові

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.19) |

Сума проекцій сил  на ось *Х* повинна дорівнювати нулю:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.20) |

звідси

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.21) |

Шуканий тиск  кульки на стінку трубки по величині дорівнює найденій реакції  і напрямлено в протилежний бік.

Швидкість кульки в положенні *D* знайдемо, використавши на ділянці *BD* теорему про зміну кількості руху матеріальної точки (рис. 6.2.):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.22) |

До точки прикладені: сила тяжіння *G*, реакція стінки трубки  та сила тертя .

Так як

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.23) |

то , звідки

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.24) |

Для визначення величини максимального стиснення *h* пружини скористаємося на ділянці *DE* теоремою про зміну кінетичної енергії матеріальної точки.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.25) |

Враховуючи, що , отримуємо:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.26) |
|  | (6.27) |

або

Розв’язуємо отримане квадратне рівняння відносно *h*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.28) |

Приймемо в якості шуканої величини додатне значення кореня квадратного рівняння:

|  |  |
| --- | --- |
| *h= - 0,003+0,090=0,087(м).* | (6.29) |

**Контрольні запитання.**

1. Імпульс (кількість руху) точки та імпульс сили. Теореми про зміну кількості руху точки та системи. Закон збереження кількості руху, його зв’язок із симетрією силового поля.
2. Теорема про рух центра мас.
3. Момент імпульсу точки, момент сили. Теорема про зміну моменту імпульсу точки та системи. Закон збереження моменту імпульсу та його зв’язок із симетрією силового поля.
4. Робота сталої сили на прямолінійному переміщенні, робота сили тяжіння, сили пружності, сили тертя.
5. Кінетична енергія точки та системи. Теорема про зміну кінетичної енергії.
6. Потенціальні та вихрові силові поля. Ознаки потенціальності сил.
7. Потенціальна та повна механічна енергія. Закон зміни та збереження повної механічної енергії в консервативних та неконсервативних системах.
8. Кінетична енергія та кінетичний момент в системі центра мас. Теорема Кеніга.

**Методичне видання**

Івашина Ю.К.,

Міма Л.С.

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**До розв’язування задач з класичної механіки**

для студентів фізико-математичного факультету спеціальності 8.010103 Фізика. Інформатика